

درس نامه + پرسش های چهارگزینه ای + پاسخ های کاملاً تشریحی

# حسابان (یازدهم)

کاظم اجللی، ارشک حمیدی، نوید صفایی



انتشارات  
نگو

به ضمیمه کنکور سراسری ۹۸

## پیش‌گفتار

### به نام خدا

این کتاب را بر اساس محتوای حسابان ۱ سال یازدهم و با هدف کسب مهارت در حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای نوشته‌ایم. بنابراین، کتاب حاضر مکمل کتاب درسی است و رویکرد آن آموزش نکات و مطالبی است که برای حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای مفیدند.

هر فصل کتاب به چند درس تقسیم شده است. در ابتدای هر درس، ضمن مرور نکات مربوط به آن، روش‌های اصلی حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای را با آوردن نمونه‌هایی از این پرسش‌ها آموزش داده‌ایم. پس از آن، تعداد زیادی پرسش چهارگزینه‌ای آورده‌ایم و راه‌حل آن‌ها را در انتهای فصل گنجانده‌ایم. در انتخاب این پرسش‌ها به تنوع و فراوانی اهمیت داده‌ایم. به این ترتیب، با مطالعه‌ی این کتاب، تقریباً هر آنچه را که برای حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای و کسب آمادگی برای شرکت در آزمون‌های مختلف به‌ویژه کنکور سراسری نیاز دارید به‌دست خواهید آورد.

اگر فکر می‌کنید هنوز به مطالب درسی مسلط نیستید، بهتر است پیش از مطالعه‌ی هر درس، مطالب مربوط به آن را از کتاب «حسابان ۱ سه بعدی» از همین انتشارات مطالعه کنید.

وظیفه‌ی خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، خانم‌ها عاطفه ربیعی، مریم موحدی‌مهر و مریم بیوک‌زاده برای مطالعه و ویرایش کتاب، خانم نسیم نوریان برای صفحه‌آرایی و خانم سکینه مختار مسئول واحد ویراستاری و حروف‌چینی انتشارات الگو و آقایان عرفان راستی، نیما نوروزی‌بهجت، مرتضی سلیمی و سام دلاور که اشکالات کتاب را ارسال نموده‌اند، تشکر و قدردانی کنیم.

### مؤلفان

## فهرست

### ● فصل اول: جبر و معادله

- درس اول: مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی ..... ۲
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۶
- درس دوم: معادلات درجه‌ی دوم ..... ۱۱
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۹
- درس سوم: معادلات گویا و گنگ ..... ۲۸
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۳۱
- درس چهارم: قدرمطلق و ویژگی‌های آن ..... ۳۶
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۴۲
- درس پنجم: آشنایی با هندسه‌ی تحلیلی ..... ۵۳
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۵۸
- پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۶۵

### ● فصل دوم: تابع

- درس‌های اول و دوم: آشنایی بیشتر با تابع - انواع تابع ..... ۱۲۲
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۳۲
- درس سوم: وارون تابع ..... ۱۴۶
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۵۲
- درس چهارم: اعمال روی توابع ..... ۱۶۲
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۶۹
- پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۸۰

### ● فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی

- درس اول: تابع نمایی ..... ۲۲۸
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۲۳۲
- درس‌های دوم و سوم: تابع لگاریتمی - لگاریتم و خواص آن ..... ۲۳۷
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۲۴۴
- پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۲۵۸

### ● فصل چهارم: مثلثات

- درس اول: رادیان ..... ۲۸۴
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۲۸۶
- درس دوم: نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا ..... ۲۹۱
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۲۹۶
- درس سوم: توابع مثلثاتی ..... ۳۰۱
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۳۰۳
- درس چهارم: روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا ..... ۳۰۸
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۳۱۲
- پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۳۱۹

## ● فصل پنجم: حد و پیوستگی

- ۳۸۸ ..... درس پنجم: پیوستگی
- ۳۹۱ ..... پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- ۳۹۸ ..... پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- کنکور سراسری ۹۸ ●
- ۴۳۴ ..... پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- QR Code ..... پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- درس‌های اول و دوم: مفهوم حد و فرآیندهای حدی - حدهای یک طرفه ۳۴۸ .....  
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۵۱ .....  
درس سوم: قضایای حد ۳۵۷ .....  
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۶۳ .....  
درس چهارم: محاسبه‌ی حد توابع کسری (حالت  $\frac{\infty}{\infty}$ ) ۳۷۲ .....  
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۷۷ .....

## فصل اول: جبر و معادله

### درس چهارم: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

#### تعریف

قدرمطلق عدد حقیقی  $a$  را با  $|a|$  نشان می‌دهیم و این طور تعریف می‌کنیم:

$$|a| = \begin{cases} -a & a < 0 \\ a & a \geq 0 \end{cases}$$

#### ویژگی‌های قدرمطلق

اگر  $a$  و  $b$  عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه

$$\sqrt{a^2} = |a| \quad -1 \quad |a| \geq 0$$

$$|a^2| = |a|^2 = a^2 \quad -4 \quad |-a| = |a| \quad -3$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad -6 \quad |ab| = |a||b| \quad -5$$

$$-|a| \leq a \leq |a| \quad -7$$

اگر  $a < 0 < b$  و  $|a| > |b|$ ، حاصل  $|a+b| + |a| + |b|$  برابر کدام است؟

تست ۱

- (۱)  $-2b$       (۲)  $-2a$       (۳)  $2a$       (۴)  $2b$

پاسخ: از  $a < 0 < b$  نتیجه می‌گیریم  $|a| = -a$  و  $|b| = b$ ، بنابراین از نابرابری  $|a| > |b|$  نتیجه می‌شود

$$a > -b \Rightarrow a + b > 0 \Rightarrow |a + b| = a + b$$

پس حاصل عبارت مورد نظر برابر  $a + b + a - b = 2a$  می‌شود.

اگر  $x^2 + x \leq 0$ ، حداکثر مقدار عبارت  $A = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3\sqrt{x^2 + 2x + 1}$  کدام است؟

تست ۲

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) -۲      (۴) -۱

پاسخ: از نامعادله  $x^2 + x \leq 0$ ، محدوده  $x$  را مشخص می‌کنیم:

$$x(x+1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 0$$

عبارت داده شده را بر حسب قدرمطلق می‌نویسیم و آن را با توجه به این که  $-1 \leq x \leq 0$  ساده می‌کنیم:

$$A = \sqrt{(x-2)^2} - 3\sqrt{(x+1)^2} = \underbrace{|x-2|}_{\text{منفی}} - 3 \underbrace{|x+1|}_{\text{نامنفی}} = -(x-2) - 3(x+1) = -4x - 1$$

از طرف دیگر،

$$-1 \leq x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq -4x \leq 4 \Rightarrow -1 \leq -4x - 1 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq A \leq 3$$

پس حداکثر مقدار  $A$  برابر ۳ است.

## معادلات و نامعادلات شامل قدر مطلق

برای حل معادلات و نامعادلات شامل قدر مطلق می‌توانیم از تعریف قدر مطلق و ویژگی‌های زیر استفاده کنیم:

۱- اگر  $a \geq 0$  و  $|x| = a$ ، آن‌گاه  $x = \pm a$ .

۲- اگر  $|x| = |a|$ ، آن‌گاه  $x = \pm a$ .

۳- اگر  $a > 0$  و  $|x| < a$ ، آن‌گاه  $-a < x < a$ .

۴- اگر  $a \geq 0$  و  $|x| \leq a$ ، آن‌گاه  $-a \leq x \leq a$ .

۵- اگر  $a > 0$  و  $|x| > a$ ، آن‌گاه  $x > a$  یا  $x < -a$ .

۶- اگر  $a \geq 0$  و  $|x| \geq a$ ، آن‌گاه  $x \geq a$  یا  $x \leq -a$ .

مجموع ریشه‌های معادله  $||2-x|-3|=4$  کدام است؟

تست ۳

(۱) -۴      (۲) ۶      (۳) ۴      (۴) -۶

پاسخ: ابتدا توجه کنید که  $|2-x|-3 = \pm 4$ ، پس دو حالت زیر پیش می‌آید:

$$|2-x|-3 = -4 \Rightarrow |2-x| = -1 \xrightarrow{|2-x| \geq 0} \text{ریشه ندارد}$$

$$|2-x|-3 = 4 \Rightarrow |2-x| = 7 \Rightarrow 2-x = \pm 7 \Rightarrow x = -5, x = 9$$

پس مجموع ریشه‌های معادله برابر است با  $9 - 5 = 4$ .

اگر  $|4x-x^2| = |x+2|$ ، مجموع مقدارهای به‌دست آمده برای  $x$  کدام است؟

تست ۴

(۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۸

پاسخ: تساوی  $|a| = |b|$  با  $a = \pm b$  معادل است، پس

$$|4x-x^2| = |x+2| \Rightarrow 4x-x^2 = \pm(x+2) \Rightarrow \begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ x^2-5x-2=0 \end{cases}$$

اگر معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2+bx+c=0$  دو ریشه داشته باشد، مجموع ریشه‌ها از رابطه‌ی  $S = \frac{-b}{a}$  به‌دست می‌آید. بنابراین مجموع ریشه‌های معادله‌ی اول برابر ۳ و مجموع ریشه‌های معادله‌ی دوم برابر ۵ است. در نتیجه مجموع چهار ریشه‌ی معادله‌ی اصلی برابر ۸ است.

مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $3|x-2|+|x-1|=4$  برابر است با

تست ۵

(۱) ۴      (۲)  $\frac{7}{2}$       (۳)  $-\frac{7}{2}$       (۴) صفر

پاسخ: با توجه به ریشه‌ی عبارت‌های داخل قدر مطلق حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

$$x < 1: |x-2| = 2-x, |x-1| = 1-x \Rightarrow 3(2-x) + (1-x) = 4 \Rightarrow -4x = -3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$1 \leq x < 2: |x-2| = 2-x, |x-1| = x-1 \Rightarrow 3(2-x) + (x-1) = 4 \Rightarrow -2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (غ.ق.)}$$

$$x \geq 2: |x-2| = x-2, |x-1| = x-1 \Rightarrow 3(x-2) + (x-1) = 4 \Rightarrow 4x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{4}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{11}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{2}$  می‌شود.

## تست ۶

معادله‌ی  $x^2 + 2x + 3 = 3|x + 1|$  چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

پاسخ: معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x^2 + 2x + 1 + 2 = 3|x + 1| \Rightarrow (x + 1)^2 + 2 = 3|x + 1| \Rightarrow |x + 1|^2 - 3|x + 1| + 2 = 0$$

فرض می‌کنیم  $|x + 1| = t$ . در این صورت

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t - 1)(t - 2) = 0 \Rightarrow t = 1, t = 2$$

$$|x + 1| = 1 \Rightarrow x = -2, x = 0$$

$$|x + 1| = 2 \Rightarrow x = -3, x = 1$$

بنابراین معادله چهار ریشه دارد.

## تست ۷

مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $||x - 2| - 1| \leq 2$  شامل چند عدد صحیح است؟

- ۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

پاسخ: اگر  $|u| \leq a$ ، آن‌گاه  $-a \leq u \leq a$ . بنابراین از نامعادله‌ی  $||x - 2| - 1| \leq 2$  نتیجه می‌گیریم

$$-2 \leq |x - 2| - 1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq |x - 2| \leq 3 \xrightarrow{|x - 2| \geq 0} 0 \leq |x - 2| \leq 3$$

$$\Rightarrow -3 \leq x - 2 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

پس عددهای صحیح  $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$  در نامعادله صدق می‌کنند که تعداد آن‌ها ۷ تاست.

## تست ۸

چند عدد صحیح مانند  $x$  در نابرابری  $|x^2 - 4| \leq 3x$  صدق می‌کنند؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۴ نامتناهی (۴)

پاسخ: با توجه به جدول تعیین علامت زیر می‌توان نوشت

$$x \leq -2: x^2 - 4 \leq 3x \Rightarrow x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 4 \quad (\text{غ.ق.ق})$$

$$-2 < x < 2: -(x^2 - 4) \leq 3x \Rightarrow x^2 + 3x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \leq -4 \text{ یا } x \geq 1 \xrightarrow{-2 < x < 2} 1 \leq x < 2$$

$$x \geq 2: x^2 - 4 \leq 3x \Rightarrow x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 4 \xrightarrow{x \geq 2} 2 \leq x \leq 4$$

پس جواب، اجتماع دو بازه‌ی  $[2, 4]$  و  $[1, 2)$  است که برابر با  $[1, 4]$  می‌شود و شامل چهار عدد صحیح ۱،

۲، ۳ و ۴ است.

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$
$x^2 - 4$		+	-	+

## نابرابری مثلث

اگر  $a$  و  $b$  عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه

$$\bullet \quad |a| + |b| \geq |a + b| \text{ و تساوی برقرار است اگر و فقط اگر } ab \geq 0$$

$$\bullet \quad |a| + |b| \geq |a - b| \text{ و تساوی برقرار است اگر و فقط اگر } ab \leq 0$$

کمترین مقدار عبارت  $A = 2|x-3| + |7-2x|$  کدام است؟

تست ۹

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

پاسخ: عبارت  $A$  را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$A = |2x-6| + |7-2x|$$

با توجه به نابرابری مثلث،

$$A \geq |2x-6+7-2x| \Rightarrow A \geq 1$$

پس کمترین مقدار عبارت  $A$  برابر ۱ است.

معادله  $|2x-3| + |x+2| = |x-5|$  چند جواب صحیح دارد؟

تست ۱۰

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) نامتناهی

پاسخ: با توجه به این که  $|-a| = |a|$ ، معادله را به صورت زیر می‌نویسیم تا از نابرابری مثلث استفاده کنیم:

$$\underbrace{|2x-3|}_a + \underbrace{|-x-2|}_b = \underbrace{|x-5|}_{a+b}$$

در نابرابری مثلث حالت تساوی، یعنی  $|a+b| = |a| + |b|$ ، وقتی اتفاق می‌افتد که  $ab \geq 0$ ، پس

$$(2x-3)(-x-2) \geq 0 \Rightarrow (2x-3)(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq \frac{3}{2}$$

بنابراین مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله شامل چهار عدد صحیح  $-2$ ،  $-1$ ،  $0$  و  $1$  است.

مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله  $|x+2| + |x-4| > 2|x-1|$  به صورت  $|x-a| < b$  است. حاصل  $b-2a$

تست ۱۱

کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

پاسخ: نامعادله را به کمک نابرابری مثلث حل می‌کنیم:

$$|2x-2| < |x+2| + |x-4| \Rightarrow \underbrace{|(x+2)+(x-4)|}_{a+b} < \underbrace{|x+2|}_a + \underbrace{|x-4|}_b \Rightarrow (x+2)(x-4) < 0 \Rightarrow -2 < x < 4$$

نابرابری  $-2 < x < 4$  را می‌توان به صورت  $-3 < x-1 < 3$  نوشت که می‌شود  $|x-1| < 3$ . در نتیجه  $a=1$  و  $b=3$ ، پس  $b-2a=1$ .

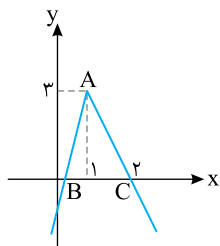
### رسم تابع‌های شامل قدرمطلق

برای رسم نمودار تابع‌های شامل قدرمطلق می‌توانیم با توجه به علامت عبارت‌های داخل قدرمطلق و بازه‌بندی دامنه‌ی تابع، ضابطه‌ی تابع را بدون قدرمطلق بنویسیم. سپس در هر بازه از دامنه‌ی تابع نمودار آن را رسم می‌کنیم.

مساحت ناحیه‌ای که نمودار تابع  $y = x-3|x-1|+2$  با محور  $x$  می‌سازد، کدام است؟

تست ۱۲

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)



پاسخ: ابتدا توجه کنید که

$$f(x) = \begin{cases} x+3(x-1)+2=4x-1 & x < 1 \Rightarrow 4x-1=0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{4} \\ x-3(x-1)+2=-2x+5 & x \geq 1 \Rightarrow -2x+5=0 \Rightarrow x_C = \frac{5}{2} \end{cases}$$

پس مساحت مثلث  $ABC$  برابر است با

$$S = \frac{1}{2} (\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}) = \frac{1}{2} \times 3 \times \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{27}{8}$$



## تست ۱۳

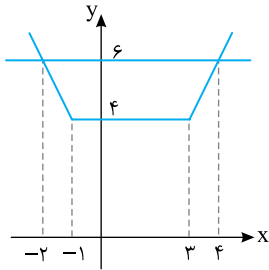
از برخورد خط  $y=6$  با نمودار تابع  $y=|x+1|+|x-3|$  یک دوزنقه پدید می‌آید. مساحت دوزنقه چقدر است؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

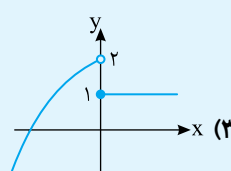
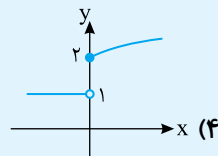
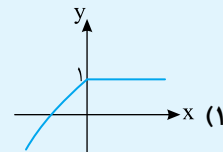
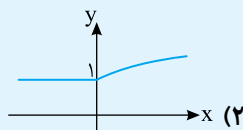
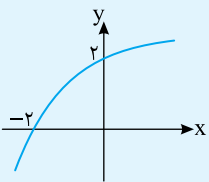


پاسخ: نمودار تابع  $y=|x+1|+|x-3|$  به صورت مقابل است. طول ارتفاع دوزنقه برابر ۲، طول قاعده‌ی کوچک برابر ۴ و طول قاعده‌ی بزرگ برابر با ۶ است، پس

$$S = \frac{1}{2} \times (4+6) \times 2 = 10$$

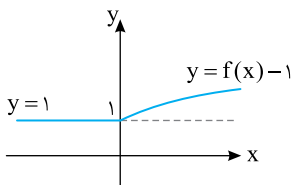
## تست ۱۴

اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد، نمودار تابع  $y = \frac{|f(x)-2|+f(x)}{2}$  کدام است؟



پاسخ: ضابطه‌ی تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = \frac{|f(x)-2|+f(x)}{2} = \begin{cases} \frac{(f(x)-2)+f(x)}{2} = f(x)-1 & f(x) > 2 \\ \frac{-(f(x)-2)+f(x)}{2} = 1 & f(x) \leq 2 \end{cases}$$



پس به ازای مقدارهایی از  $x$  که  $f(x) > 2$ ، یعنی سمت راست محور  $y$ ، نمودار  $y=f(x)$  یک واحد به پایین منتقل می‌شود و به ازای مقدارهایی از  $x$  که  $f(x) \leq 2$ ، یعنی سمت چپ محور  $y$ ، خط افقی  $y=1$  رسم می‌شود.

## تست ۱۵

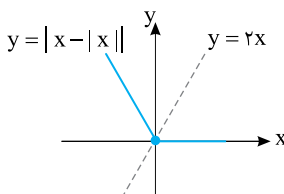
تعداد ریشه‌های معادله  $|x-|x|| = 2x$  چقدر است؟

۴ نامتناهی

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



پاسخ: به ازای  $x \geq 0$ ،  $x-|x|=0$  و به ازای  $x < 0$ ،  $x-|x|=2x$ . بنابراین نمودار تابع  $y=|x-|x||$  به صورت مقابل است. این نمودار با نمودار  $y=2x$  فقط در نقطه‌ی  $x=0$  برخورد می‌کند، بنابراین معادله‌ی مورد نظر فقط یک ریشه دارد.

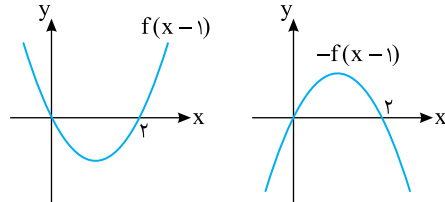
روش رسم نمودار  $y=|f(x)|$ 

- نمودار  $y=-f(x)$  قرینه‌ی نمودار  $y=f(x)$  نسبت به محور  $x$  است.
- برای رسم نمودار  $y=|f(x)|$  کافی است نمودار  $y=f(x)$  را رسم کنیم، سپس تصویر آینه‌وار قسمتی از نمودار را که زیر محور  $x$  است نسبت به محور  $x$  رسم می‌کنیم، بعد قسمتی را که زیر محور  $x$  است حذف می‌کنیم.

تست ۱۶

نمودار تابع  $y=f(x)$  در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع  $y=-f(x-1)$  کدام است؟

پاسخ: ابتدا نمودار را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع  $y=f(x-1)$  به دست بیاید. سپس تصویر آینه‌وار آن را نسبت به محور  $x$  به دست می‌آوریم تا نمودار  $y=-f(x-1)$  به دست بیاید.

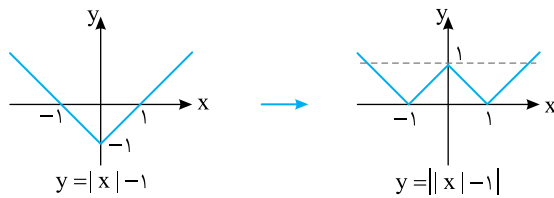


تست ۱۷

خط  $y=k$  نمودار تابع  $y=||x|-1|$  را در سه نقطه قطع می‌کند. مقدار  $k$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

پاسخ: ابتدا نمودار  $y=|x|$  را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا  $y=|x|-1$  به دست آید، سپس از روی آن  $y=||x|-1|$  را رسم می‌کنیم:



این نمودار تنها خط  $y=1$  را در سه نقطه قطع می‌کند. بنابراین  $k=1$ .

## پرسش‌های چهار گزینه‌ای

### فصل اول

درس چهارم:

قدر مطلق و ویژگی‌های آن

۲۳۵- چند عدد صحیح مانند  $x$  داریم که  $|x+2|=x+2$  و  $|x-8|=8-x$  ؟

- ۸ (۱)                      ۹ (۲)                      ۱۰ (۳)                      ۱۱ (۴)

۲۳۶- برای چند عدد صحیح مانند  $x$  تساوی  $(3x-5)(7x+6) = (7x+6)(3x-5)$  برقرار نیست؟

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      نامتناهی (۴)

۲۳۷- اگر  $1 < x < 2$ ، حاصل  $\frac{|x-2|}{x-2} - \frac{|x-1|}{|x-1|} + \frac{|x|}{x}$  کدام است؟

- ۲ (۱)                      ۱ (۲)                      -۱ (۳)                      -۲ (۴)

۲۳۸- اگر  $0 < a < 1$  و  $-2 < b < -1$ ، مقدار  $\frac{|a-1|}{a-1} - \frac{|b+2|}{b+2} + \frac{|a+b|}{a+b}$  چقدر است؟

- ۱ (۱) صفر                      -۱ (۲)                      -۲ (۳)                      -۳ (۴)

۲۳۹- مقدار  $||x|-x|-|x||-x$  به‌ازای  $x = -1001$  چقدر است؟

- ۲۰۰۲ (۱)                      -۲۰۰۲ (۲)                      ۱۰۰۱ (۳)                      -۱۰۰۱ (۴)

۲۴۰- اگر  $0 \leq a < 6$ ، مقدار  $||6-a-|3+a-6||$  چقدر است؟

- ۲a (۱)                      a (۲)                      ۳ (۳)                      ۲ (۴)

۲۴۱- اگر  $-1 < x < 4$ ، حاصل  $\sqrt{4+4x+x^2} + |4-x| + |x+2|$  کدام است؟

- ۸ (۱)                      x+6 (۲)                      x+2 (۳)                      x+8 (۴)

۲۴۲- اگر  $x < a < b$ ، حاصل  $|x-a| + |x-b| - 2|x - \frac{a+b}{2}|$  کدام است؟

- a (۱)                      b (۲)                      a+b (۳)                      صفر (۴)

۲۴۳- اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  طول ضلع‌های یک مثلث باشند، مقدار  $|a+b+c| - |a-b-c| - |a-b+c| - |a+b-c|$  کدام است؟

- صفر (۱)                       $2(a+b+c)$  (۲)                       $4a$  (۳)                       $2b-2c$  (۴)

۲۴۴- اگر  $a$  و  $b$  عددهایی غیر صفر باشند، عبارت  $A = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$  چند مقدار مختلف ممکن است داشته باشد؟

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۲۴۵- اگر ترتیب  $a$ ،  $b$  و  $c$  روی محور مانند شکل مقابل باشد، حاصل  $|1-2c| + |c-2a| + 2|a-2b|$

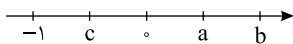
کدام است؟

- ۱-4a+4b-c (۱)                      -۱-4a+4b+3c (۲)

- ۱+4b-3c (۳)                      ۱+4a+4b-3c (۴)

۲۴۶- اگر  $x^2 < x$ ، حاصل  $|x+1| - |1-x| + |x|$  کدام است؟

- 3x (۱)                      -2x (۲)                      x+2 (۳)                      3x (۴)



- ۲۴۷- اگر  $6 \leq |a| + |2a|$  و  $b < b^f < |b|$ ، حدود مقادیرهای  $a - b$  کدام است؟  
 (۱)  $(-3, 2)$  (۲)  $(-4, 1)$  (۳)  $(-1, 4)$  (۴)  $(-2, 3)$
- ۲۴۸- اگر  $x \geq \frac{1}{2}$ ، در میان مقادیرهای عبارت  $M = |2x - 1| - |2x - 3|$  چند عدد صحیح وجود دارد؟  
 (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۲۴۹- اگر  $-1 < a < 0$  و  $|x - a| = a^2$ ، حدود مقادیرهای  $x$  کدام است؟  
 (۱)  $(-1, 0)$  (۲)  $(0, 1)$  (۳)  $(-2, 0)$  (۴)  $(0, 2)$
- ۲۵۰- اگر  $a < 0$  و  $ab < 0$ ، مقدار  $\frac{1}{|a - b - 2| - |b - a + 3|}$  چقدر است؟  
 (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $-\frac{1}{5}$  (۳) ۱ (۴) -۱
- ۲۵۱- اگر  $a$  و  $b$  عددهایی متمایز باشند،  $a < 1$  و  $a = \frac{a - b}{a + b}$ ، کدام گزینه درست است؟  
 (۱)  $ab < 0$  (۲)  $ab > 0$  (۳)  $ab \leq 0$  (۴)  $a + b < 0$
- ۲۵۲- اگر  $a$  و  $b$  عددهای غیر صفر باشند و  $(a - b)^2 + (b - a)|a - b| = ab$ ، کدام گزینه حتماً درست است؟  
 (۱)  $ab < 0$  (۲)  $ab > 0$  (۳)  $a + b > 0$  (۴)  $a + b < 0$
- ۲۵۳- اگر  $|x + 1| \leq 6$ ، بیشترین مقدار عبارت  $x|x| - 2x + 1$  چقدر است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰
- ۲۵۴- اگر  $-3 \leq x \leq 5$ ، مجموع حداقل و حداکثر مقدار تابع  $f(x) = ||x + 1| - 8|$  کدام است؟  
 (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴
- ۲۵۵- اگر  $x^2 \leq |x|$ ، بیشترین مقدار عبارت  $A = |x^2 - 1| - ||x| - 1|$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴) صفر
- ۲۵۶- اگر  $a < |a|$ ، کمترین مقدار عبارت  $|4a - 3b| + |b - 2c|$  در کدام حالت به دست می‌آید؟  
 (۱)  $a < b < c$  (۲)  $a < c < b$  (۳)  $b < c < a$  (۴)  $b < a < c$
- ۲۵۷- کمترین مقدار عبارت  $|x - 2| + |2x + 5|$  چقدر است؟  
 (۱)  $\frac{9}{2}$  (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۲۵۸- اگر  $a$  و  $b$  به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار عبارت  $|x + 2| - |x - 3| + 5$  باشند، مقدار  $a - b$  چقدر است؟  
 (۱) ۱۲ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۱۰
- ۲۵۹- معادله  $|x^2 - 4| - 2 = 1$  چند جواب دارد؟  
 (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰
- ۲۶۰- مجموع جواب‌های معادله  $|x| + |-x| + |3x| = 15$  چقدر است؟  
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶
- ۲۶۱- مجموع جواب‌های معادله  $\frac{|x - 3| - |x + 1|}{2|x + 1|} = 1$  چقدر است؟  
 (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) صفر

- ۲۶۲- مجموع جواب‌های معادله  $|3x-18|+|24-4x|=21$  چقدر است؟
- (۱) ۳ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۲۷
- ۲۶۳- مجموع جواب‌های معادله  $|x-2|+|6-3x|-|4-2x|=6$  چقدر است؟
- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۶
- ۲۶۴- مجموع جواب‌های معادله  $|x-3|+|2x-6|+|3x-9|+\dots+|50x-150|=1996$  چقدر است؟
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲
- ۲۶۵- معادله  $|x^3-4x|=|x|$  چند جواب دارد؟
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶
- ۲۶۶- مجموع جواب‌های معادله  $|x^2-3x+2|-5|x-1|=0$  چقدر است؟
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۲۶۷- اگر  $s$  و  $t$  ریشه‌ی معادله  $2x^2-3|x|-2=0$  باشند، مقدار  $\frac{st}{|s||t|}$  چقدر است؟
- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$
- ۲۶۸- مجموع ریشه‌های معادله  $x^2-2|x+4|-27=0$  چقدر است؟
- (۱)  $5+\sqrt{5}$  (۲)  $5-\sqrt{2}$  (۳)  $6+\sqrt{2}$  (۴)  $6-\sqrt{2}$
- ۲۶۹- معادله  $|x|-\frac{4}{x}=\frac{3|x|}{x}$  چند ریشه دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۲۷۰- معادله  $||2x+1|-x|=4$  چند جواب دارد؟
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳
- ۲۷۱- اگر  $\alpha$  جواب معادله  $|x-2|+|x-1|=2$  باشد، حاصل  $\frac{1}{1+\alpha}$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{2}{7}$  یا  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  یا  $\frac{3}{7}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  یا  $\frac{5}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$  یا  $\frac{1}{7}$
- ۲۷۲- مجموع جواب‌های معادله  $|x+1|=|2x-1|-1$  چقدر است؟
- (۱)  $\frac{16}{3}$  (۲)  $\frac{14}{3}$  (۳)  $\frac{11}{3}$  (۴)  $\frac{8}{3}$
- ۲۷۳- معادله  $||x-2|-|x-6||=1$  چند جواب دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۲۷۴- اگر  $\alpha$  جواب معادله  $|x+\frac{1}{x}|=2-x$  باشد، مقدار  $1+\alpha^2$  چقدر است؟
- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{17}{16}$
- ۲۷۵- در معادله  $\sqrt{(x+\frac{1}{x})^2-4}+\sqrt{(x-\frac{1}{x})^2+4}=4$  حاصل جمع جواب‌های مثبت معادله کدام است؟
- (۱) ۲ (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{7}{2}$
- ۲۷۶- معادله  $x|x-1|+4|x|-2=0$  چند جواب دارد؟
- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۷۷- حاصل ضرب جواب‌های معادله  $|x^2 - 4| = x + 3$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۷۸- معادله  $|x-1| + |x+3| = 4 + |(x-2)(x+3)|$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۷۹- اگر معادله  $|x| = 1 + ax$  جواب داشته باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a \in [-1, +\infty)$  (۲)  $a \in \mathbb{R}$  (۳)  $a \in (-\infty, 1]$  (۴)  $a \in [-1, 1]$

۲۸۰- اگر معادله  $||x-1| - a| = 96$  دقیقاً سه ریشه داشته باشد، مقدار  $a$  چقدر است؟

- (۱) ۹۶ (۲) -۹۶ (۳) ۶۹ (۴) -۴۸

۲۸۱- معادله  $||x+k| = 2k+1|$  چهار جواب دارد. حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-1 < k < -\frac{1}{3}$  (۲)  $-1 < k < -\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2} < k < -\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{2} < k < 0$

۲۸۲- نمودار تابع  $y = |x| - 2$  را ۴ واحد به طرف  $x$  های منفی و یک واحد به طرف  $y$  های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع‌اند؟

(تجربی - ۹۳)

- (۱)  $-3/5$  (۲) -۳ (۳)  $-2/5$  (۴) -۲

۲۸۳- مجموعه‌ی جواب‌های معادله  $|x^2 - 3x + 2| = 3x - x^2 - 2$  بازه‌ی  $[a, b]$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۸۴- اگر معادله  $|a - \frac{x^2}{x-1}| = 2$  دو جواب غیر صفر داشته باشد، کدام گزینه بزرگ‌ترین محدوده‌ی  $a$  را نشان می‌دهد؟

- (۱)  $a > 0$  (۲)  $a \geq 4$  (۳)  $2 < a < 4$  (۴)  $0 < a < 4$

۲۸۵- معادله  $|x^2 - 4| = |2x - 3| + |x - 1| + |x - 3|$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۱

۲۸۶- در معادله  $\frac{|x|-1}{x^2-1} - \frac{x^2-|x|}{x^2-2|x|+1} = 2$  حاصل ضرب جواب‌ها کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۲۸۷- مجموع جواب‌های معادله  $x^2 - 2x + |x-1| - 1 = 0$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۸۸- بزرگ‌ترین جواب معادله  $|x^2 - 2| = \sqrt{2x^2 + 1}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3+\sqrt{6}}$  (۲)  $\sqrt{3-\sqrt{6}}$  (۳)  $\sqrt{6-\sqrt{3}}$  (۴)  $\sqrt{6+\sqrt{3}}$

۲۸۹- چند عدد صحیح در نامعادله  $||3 - |x-2|| \leq 2$  صدق می‌کند؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) ۱۳

۲۹۰- اگر مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله  $|2x+m| \leq n$  بازه‌ی  $[-2, 3]$  باشد، مقدار  $2m+n$  چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۲۹۱- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله  $\frac{\lambda}{x-1} \leq |x+1|$  به صورت  $\mathbb{R} - [a, b]$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۹۲- چند عدد صحیح مانند  $x$  در نابرابری  $|x+1| \leq |x^2-4x-5|$  صدق می کنند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(خارج از کشور تجربی - ۹۲)

۲۹۳- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|x-2| < 2x - x^2$  به صورت کدام بازه است؟

- (۱)  $(-1, 1)$  (۲)  $(-1, 2)$  (۳)  $(0, 2)$  (۴)  $(1, 2)$

(تجربی - ۹۲)

۲۹۴- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|\frac{x-2}{2x+1}| > 1$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 1)$  (۲)  $(-2, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 1)$  (۳)  $(\frac{-1}{2}, \frac{1}{3})$  (۴)  $(-3, \frac{-1}{2})$

(خارج از کشور تجربی - ۹۵)

۲۹۵- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|x^2+1| > |x-2| - 2x+1$  به صورت کدام بازه است؟

- (۱)  $(-2, 1)$  (۲)  $(-1, 1)$  (۳)  $(-1, 2)$  (۴)  $(1, 2)$

(تجربی - ۹۵)

۲۹۶- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|\frac{2-x}{2x-3}| > 1$  به صورت کدام بازه است؟

- (۱)  $(1, \frac{3}{2})$  (۲)  $(1, \frac{5}{3})$  (۳)  $(1, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, \frac{5}{3})$  (۴)  $(\frac{3}{2}, \frac{5}{3})$

(ریاضی - ۹۲)

۲۹۷- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $(x-4)|x| < 2x-5$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $(1, 5)$  (۲)  $(1-\sqrt{6}, 1+\sqrt{6})$  (۳)  $(1, 5) \cup (1+\sqrt{6}, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, 1-\sqrt{6}) \cup (1, 5)$

(خارج از کشور ریاضی - ۹۲)

۲۹۸- مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی  $|x^2-2x| < x$  کدام بازه است؟

- (۱)  $(0, 1)$  (۲)  $(0, 3)$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(1, 3)$

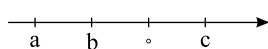
۲۹۹- کم‌ترین مقدار عبارت  $|2x-3| + |2x-4|$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۷ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۰۰- اگر  $|a+3b| \geq |a|+3|b|$ ، کدام یک صحیح است؟

- (۱)  $ab < 0$  (۲)  $ab \geq 0$  (۳)  $a = -b$  (۴)  $a = -3b$

۳۰۱- عددهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  مطابق شکل مقابل روی محور قرار دارند. کدام گزینه حتماً درست است؟



- (۱)  $a+b+c > 0$  (۲)  $|a+b| < c$

- (۳)  $|a-c| = |a|+c$  (۴)  $|b-c| > |c-a|$

۳۰۲- اگر  $|a-b| \leq 9$ ،  $|c-d| \leq 16$  و  $|a-b-c+d| = 25$ ، مقدار  $|b-a| - |d-c|$  چقدر است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۲۵ (۴) -۲۵

۳۰۳- اگر  $x < 0$  و  $|y+z| < |y|+|z|$ ، عبارت  $A = \frac{xy}{|xy|} + \frac{xz}{|xz|} + \frac{yz}{|yz|}$  چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۳۰۴- حداکثر مقدار عبارت  $\frac{24}{|x-1|+|x-4|}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) ۶

۳۰۵- اگر بیش‌ترین مقدار عبارت  $\frac{54}{|x-5|+|x+k|}$  برابر ۹ باشد، کم‌ترین مقدار  $k$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۱۱ (۳) -۱۱ (۴) -۱۲

۳۰۶- بیشترین مقدار عبارت  $\frac{324}{|x-4|+|x+2|+|x+5|}$  چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶

۳۰۷- معادله  $|2x-5|+|3x-7|+|5x-11|=\frac{1}{9}$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۳۰۸- حداقل مقدار عبارت  $\frac{|x+1|+|x-1|}{|x|}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{2}$

۳۰۹- کوچکترین عدد طبیعی مانند  $a$  که مجموعه جوابهای نامعادله  $|x+a|+|x-2|\geq 7$  مجموعه  $\mathbb{R}$  باشد چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۳۱۰- برای چند عدد صحیح مانند  $x$  تساوی  $|2x-6|=|x-2|+|x-4|$  برقرار نیست؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) نامتناهی

۳۱۱- مجموع جوابهای معادله  $|x-3|=|x-2|+|x-1|$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۷

۳۱۲- مجموعه جوابهای معادله  $|x^2+x-5|=|x^2-4|+|x-1|$  به صورت  $(b, a)-(-a, +\infty)$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۱۳- چند عدد صحیح در نامعادله  $|x+3|+|x-4|>|2x-1|$  صدق می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

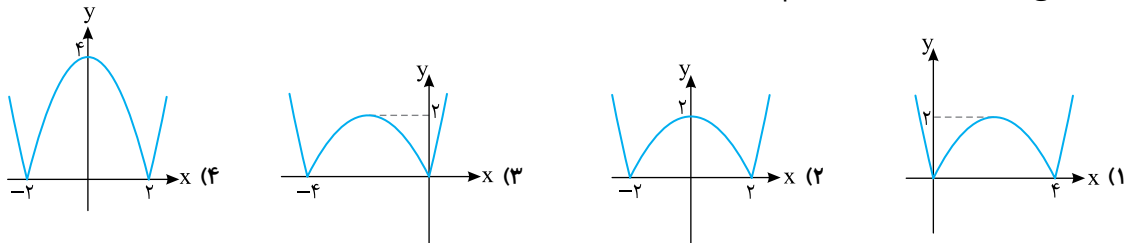
۳۱۴- مجموعه جوابهای نامعادله  $|2|x|\geq|x-1|+|3x-1|$  بازه  $[a, b]$  است. مقدار  $b-a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{4}{3}$

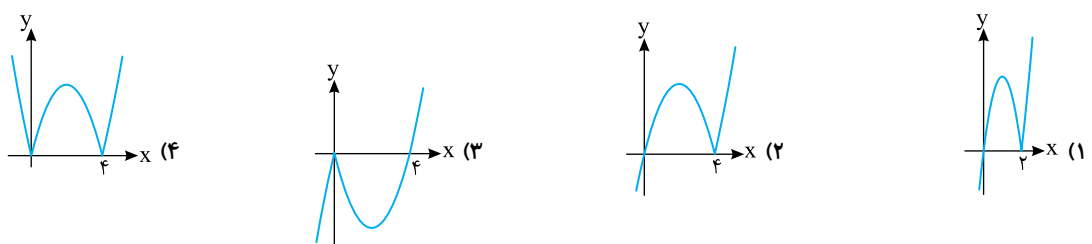
۳۱۵- نمودار تابع  $f(x)=||x|-|2x||$  بر نمودار کدام تابع منطبق است؟

- (۱)  $y=|x|$  (۲)  $y=|x|-2$  (۳)  $y=2|x|$  (۴)  $y=3|x|$

۳۱۶- نمودار تابع  $y=|x-2||x+2|$  کدام است؟

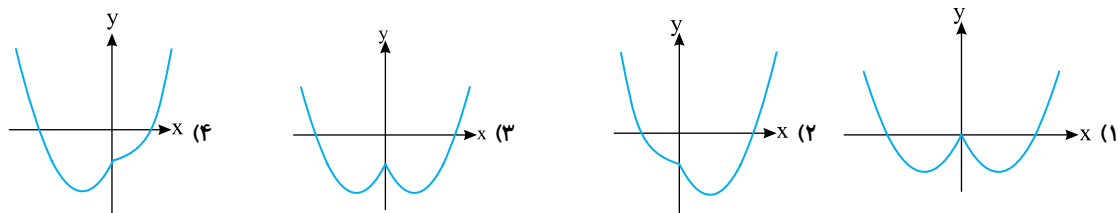


۳۱۷- نمودار تابع  $y=x|x-4|$  کدام است؟

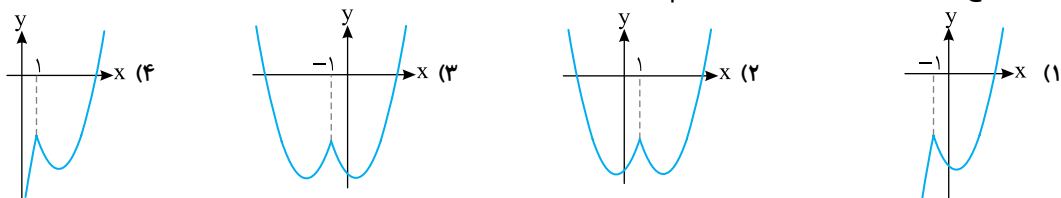




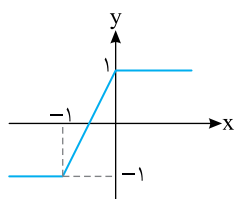
۳۱۸- نمودار تابع  $y = x^2 - 2|x| - 1$  کدام است؟



۳۱۹- نمودار تابع  $y = (1 + |x + 1|)(x - 3)$  کدام است؟



۳۲۰- نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل مقابل رسم شده است. ضابطه‌ی آن کدام است؟



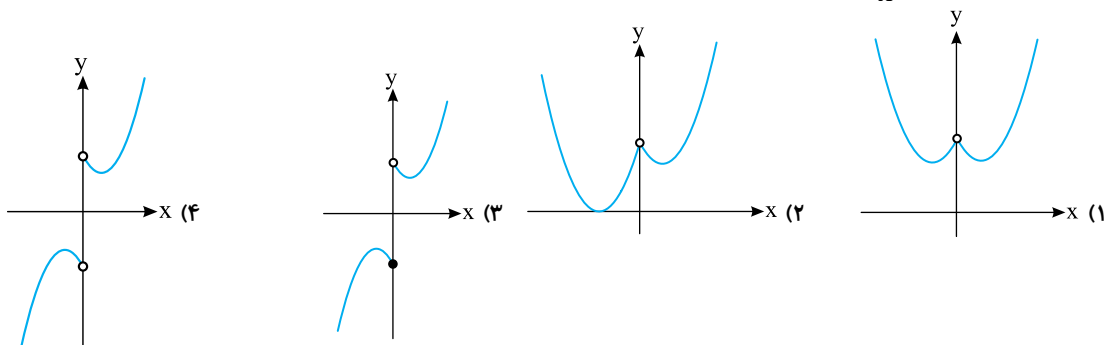
(۲)  $f(x) = |x + 1| - |x|$

(۴)  $f(x) = |x + 1| - x$

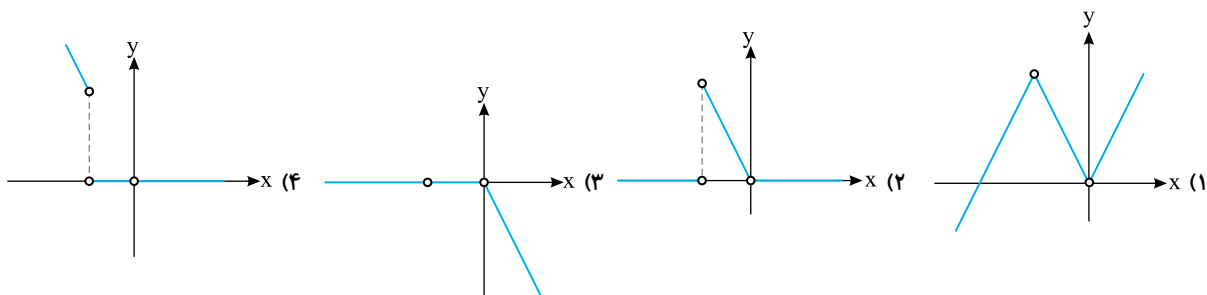
(۱)  $f(x) = |x + 1| - |x| + 1$

(۳)  $f(x) = |x + 1| + |x|$

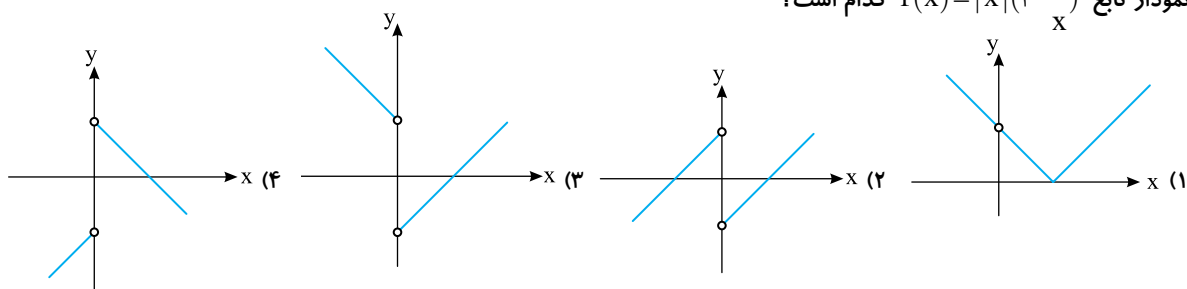
۳۲۱- نمودار تابع  $f(x) = \frac{(x^2 + 3)|x|}{x} - 2x$  کدام است؟



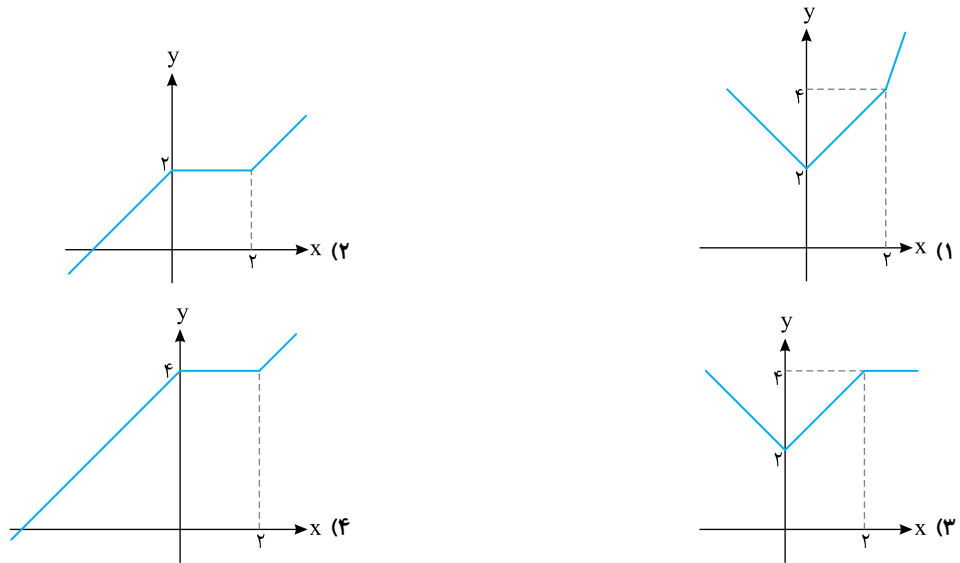
۳۲۲- نمودار تابع  $y = x \left( \frac{x}{|x|} - \frac{|x+1|}{x+1} \right)$  کدام است؟



۳۲۳- نمودار تابع  $f(x) = |x| \left( 1 - \frac{1}{x} \right)$  کدام است؟



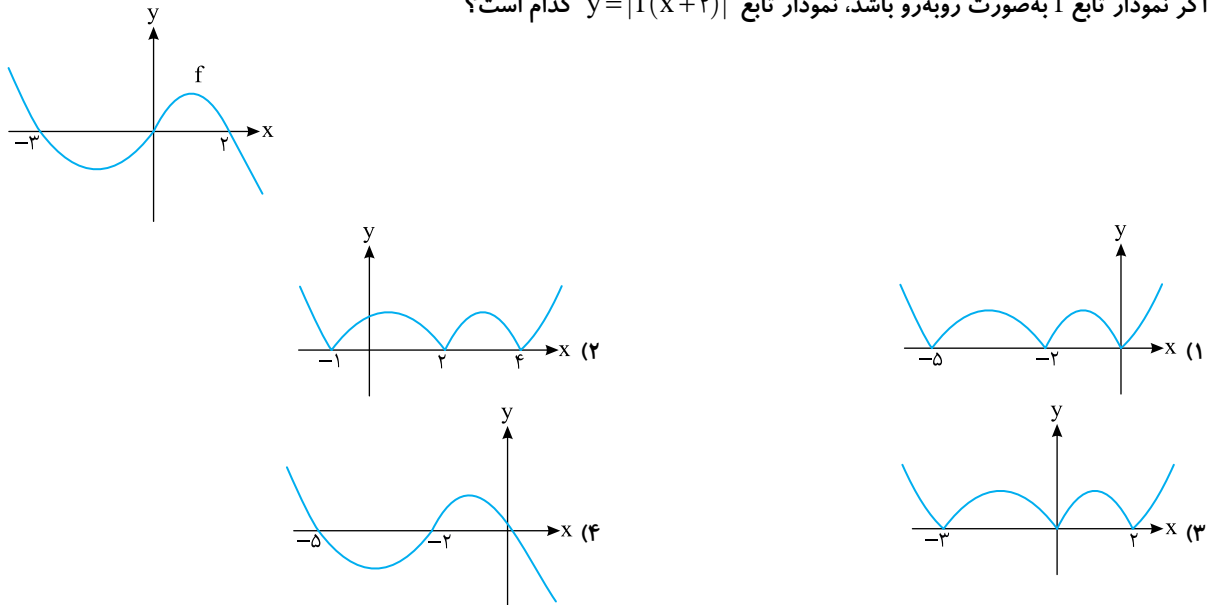
۳۲۴- نمودار تابع  $f(x) = |x-2| + |x| + x$  کدام است؟



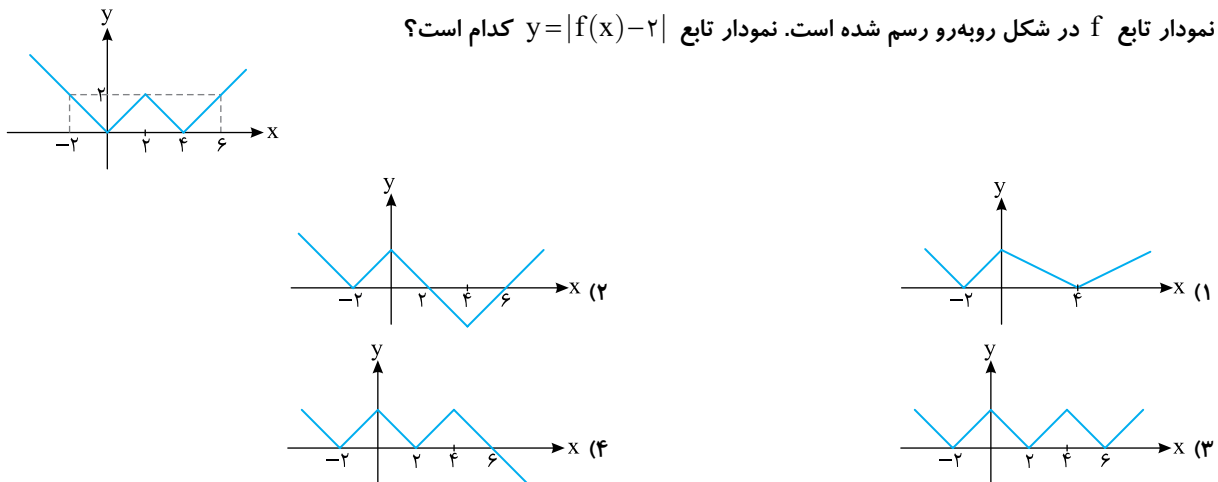
۳۲۵- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = |x| - |x-1| - 2|x+2|$  به صورت یک پاره خط افقی است. طول این پاره خط کدام است؟

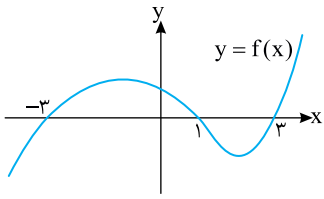
- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۳۲۶- اگر نمودار تابع  $f$  به صورت روبه‌رو باشد، نمودار تابع  $y = |f(x+2)|$  کدام است؟

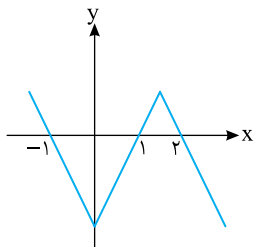
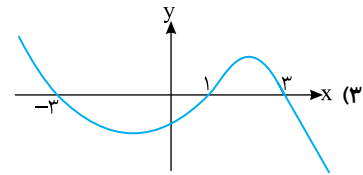
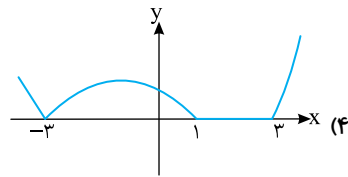
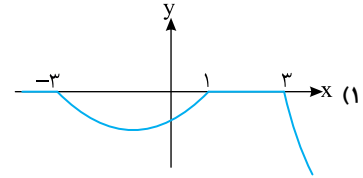
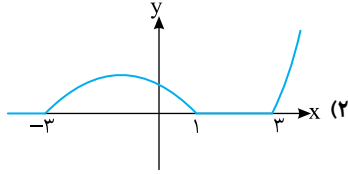


۳۲۷- نمودار تابع  $f$  در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع  $y = |f(x) - 2|$  کدام است؟

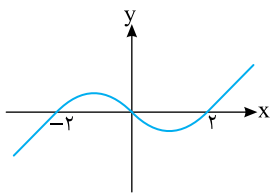
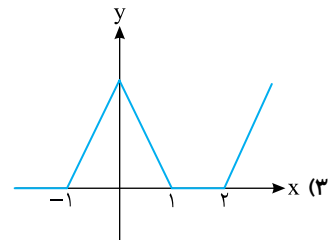
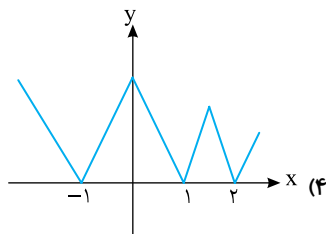
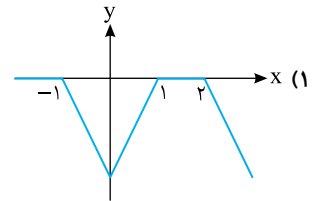
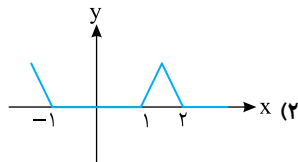




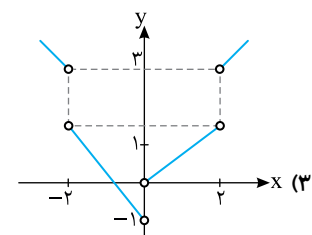
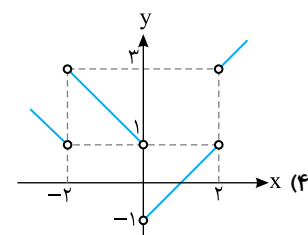
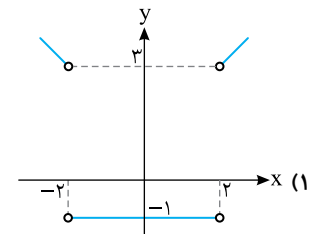
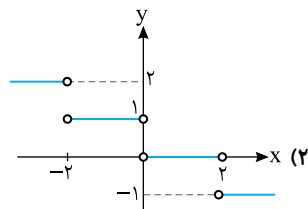
۳۲۸- نمودار تابع  $y=f(x)$  در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع  $y=\frac{f(x)+|f(x)|}{2}$  کدام است؟

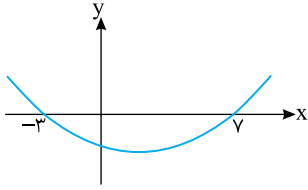


۳۲۹- نمودار تابع  $y=f(x)$  در شکل مقابل آمده است. نمودار تابع  $y=\frac{|f(x)|-f(x)}{2}$  کدام است؟



۳۳۰- نمودار تابع  $f$  در شکل روبه‌رو رسم شده است. کدام گزینه نمودار تابع  $g(x)=|x|+\frac{|f(x)|}{f(x)}$  را نشان می‌دهد؟





۳۳۱- نمودار تابع  $f$  در شکل روبه‌رو رسم شده است. چند عدد صحیح در نابرابری  $f(x) < |f(x)|$  صدق می‌کنند؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۳۳۲- مساحت ناحیه‌ی محصور به نمودار تابع  $y = |4x - 2| - 4$  و محور  $x$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۴

۳۳۳- مساحت ناحیه‌ی محصور به نمودار تابع  $f(x) = |x+1| + |2x-1|$ ، خط‌های  $x = -1$  و  $x = \frac{1}{2}$  و محور  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{27}{4}$  (۲)  $\frac{27}{8}$  (۳)  $\frac{9}{4}$  (۴)  $\frac{9}{8}$

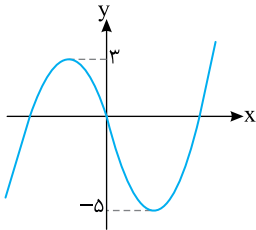
۳۳۴- مساحت ناحیه‌ی بین نمودار تابع‌های  $y = |x| - 1$  و  $y = 2 - |x|$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳) ۴ (۴)  $\frac{4}{5}$

(تجربی - ۹۵)

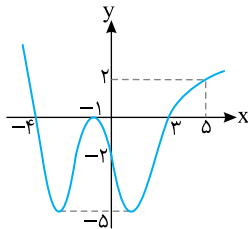
۳۳۵- مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای دو تابع  $y = x + |x|$  و  $y = 2 - |x|$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{7}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۳



۳۳۶- نمودار تابع  $f$  در شکل روبه‌رو رسم شده است. معادله‌ی  $|f(x-1)| = 2$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



۳۳۷- نمودار تابع  $f$  در شکل روبه‌رو رسم شده است. معادله‌ی  $|3 - |f(x)|| = 1$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۳۳۸- معادله‌ی  $(x-3)|x| + 2 = 0$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۳۹- معادله‌ی  $x^2 + \frac{x}{|x|} = k$  یک جواب دارد. حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-1 < k < 1$  (۲)  $-1 < k \leq 1$  (۳)  $k \geq 1$  (۴)  $k < -1$

۳۴۰- معادله‌ی  $||x| - k| = 2$  چهار جواب دارد. حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $k < 2$  (۲)  $k > 2$  (۳)  $0 < k < 2$  (۴)  $-2 < k < 2$

۳۴۱- برای چه مقدار  $a$ ، معادله‌ی  $||x-1| - 2| = a$  سه جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۳۴۲- به ازای کدام مقدار  $k$  مجموعه‌ی جواب‌های معادله‌ی  $|x^2 + 2x| = k$  سه عضو دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴۳- به ازای چند عدد طبیعی مانند  $n$  معادله  $|x^2 - 4x - 7| = n$  دقیقاً چهار جواب متمایز دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) نامتناهی

۳۴۴- اگر مجموعه‌ی جواب‌های معادله  $|x^2 - 1| - 4 = k$  شش عضو داشته باشد، حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $0 < k < 3$  (۲)  $3 < k < 4$  (۳)  $1 < k < 2$  (۴)  $2 < k < 4$

۳۴۵- برای چه مقدارهایی از  $k$  معادله  $\frac{1}{x+4} = k|x|$  سه جواب دارد؟

- (۱)  $k > \frac{1}{4}$  (۲)  $k < \frac{1}{2}$  (۳)  $0 < k < \frac{1}{4}$  (۴)  $0 < k < 4$

۳۴۶- معادله  $|x-2| - |x+2| = k$  فقط یک جواب مثبت دارد. حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-4 < k < 4$  (۲)  $0 < k < 4$  (۳)  $-4 < k < 0$  (۴)  $-2 < k < 0$

۳۴۷- مجموعه‌ی جواب‌های معادله  $|x-3| + |x+1| = m$  به صورت  $[a, b]$  است. بازه‌ی  $(a-m, b+m)$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۳۴۸- مجموعه‌ی جواب‌های معادله  $|x-k| + |x-2k| = 3$  بازه‌ی  $[a, b]$  است. مقدار  $a+b+k$  کدام است؟ ( $k > 0$ )

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۳۴۹- معادله  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 + 4x + 4} = k$  یک جواب دارد. حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $k > 2$  (۲)  $k < -2$  (۳)  $-2 < k < 2$  (۴)  $-4 < k < 4$

۳۵۰- معادله  $x^2 - |2x-1| - 4 = 0$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۳۵۱- معادله  $|x+1| = |x^2 - 5|$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۳

۳۵۲- معادله  $|x-2| - |x-3| + x = 1$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۳۲- گزینه‌ی ۳ اگر فرض کنیم  $\sqrt[3]{x} = t$  معادله‌ی داده شده به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود

$$\sqrt[3]{t-1}(t+1) = \sqrt[3]{3} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان سه}} (t-1)(t+1)^3 = 3$$

$$(t-1)(t+1)(t+1)^2 = 3 \Rightarrow (t^2-1)(t^2+2t+1) = 3$$

$$t^4 + 2t^3 + t^2 - t^2 - 2t - 1 = 3 \Rightarrow t^4 + 2t^3 - 2t - 4 = 0$$

$$t^3(t+2) - 2(t+2) = 0 \Rightarrow (t+2)(t^3-2) = 0 \Rightarrow t = -2, t = \sqrt[3]{2}$$

در نتیجه

$$t = -2 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = -2 \Rightarrow x = -8$$

$$t = \sqrt[3]{2} \Rightarrow x = t^3 = 2$$

بنابراین معادله دو جواب دارد.

۲۳۳- گزینه‌ی ۲ یک جواب معادله  $x = 2$  است، پس  $x = 2$

باید در معادله صدق کند

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{a-2} = 3 \Rightarrow \sqrt{a-2} = 2 \Rightarrow a-2 = 4 \Rightarrow a = 6$$

بنابراین معادله به صورت  $\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x} = 3$  است و در نتیجه

$$\sqrt{x-1} - 3 = -\sqrt{6-x} \Rightarrow x-1+9-6\sqrt{x-1} = 6-x$$

$$x+1 = 3\sqrt{x-1} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 9x - 9$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 2, x = 5$$

هر دو جواب در معادله‌ی اصلی صدق می‌کنند و معادله دو جواب دارد.

۲۳۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا دو طرف معادله را به توان دو می‌رسانیم

$$x = a + \sqrt{x-a} \Rightarrow x-a = \sqrt{x-a}$$

فرض می‌کنیم  $\sqrt{x-a} = t$  در نتیجه

$$t^2 = t \Rightarrow t = 0, t = 1$$

بنابراین

$$t = 0 \Rightarrow x = a$$

$$t = 1 \Rightarrow x = a+1$$

اکنون از این که  $x$  باید مثبت باشد، نتیجه می‌شود تنها جواب  $x = 1+a$  قابل قبول است.

۲۳۵- گزینه‌ی ۴ چون  $|x+2| = x+2$ ، پس  $x+2 \geq 0$ ، یعنی

$x \geq -2$  از طرف دیگر،

$$|x-8| = 8-x$$

پس  $x-8 \leq 0$ ، یعنی  $x \leq 8$ ، بنابراین

$$-2 \leq x \leq 8$$

تعداد عددهای صحیح در بازه‌ی  $[-2, 8]$  برابر با ۱۱ است.

۲۲۸- گزینه‌ی ۲ فرض می‌کنیم  $x^2 + 4x + 5 = t$  در این

صورت معادله‌ی موردنظر به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود

$$t-2 = \sqrt{t} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}} t^2 - 4t + 4 = t$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow t = 1, t = 4$$

در صورتی که  $t = 1$ ، سمت چپ معادله‌ی  $t-2 = \sqrt{t}$  منفی می‌شود، در حالی که سمت چپ آن نامنفی است، پس

$$t = 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 5 = 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

این معادله دو ریشه دارد و حاصل ضرب ریشه‌های آن برابر ۱ است.

۲۲۹- گزینه‌ی ۲ می‌توان نوشت

$$2x\sqrt{x} - 3x\sqrt{\frac{1}{x}} = 20 \Rightarrow 2\sqrt{x^3} - 3\sqrt{x^2} = 20$$

اگر فرض کنیم  $\sqrt{x^2} = t$ ، معلوم می‌شود

$$2t^2 - 3t = 20 \Rightarrow t = -\frac{5}{2}, t = 4$$

چون  $t$  نامنفی است، پس

$$t = 4 \Rightarrow \sqrt{x^2} = 4 \Rightarrow x = \pm 8$$

۲۳۰- گزینه‌ی ۱ توجه کنید که

$$4x^2 - 12x + 9 = (3-2x)^2$$

اگر فرض کنیم  $\sqrt{3-2x} = t$ ، معلوم می‌شود

$$t^2 - 2 = t \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow t = -1, t = 2$$

در نتیجه

$$\sqrt{3-2x} = -1 \Rightarrow x = 2$$

$$\sqrt{3-2x} = 2 \Rightarrow 3-2x = 8 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

بنابراین حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی موردنظر برابر  $-5$  است.

۲۳۱- گزینه‌ی ۳ فرض می‌کنیم  $t = \sqrt{\frac{2x}{1+2x}}$  در این

صورت معادله‌ی موردنظر به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود

$$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow t^2 + 1 = \frac{5}{2}t \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}, t = 2$$

در نتیجه

$$t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{2x}{1+2x}} = \frac{1}{2} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}} \frac{2x}{1+2x} = \frac{1}{4}$$

$$8x = 1+2x \Rightarrow 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$t = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{2x}{1+2x}} = 2 \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}} \frac{2x}{1+2x} = 4$$

$$2x = 4(1+2x) \Rightarrow 6x = -4 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

بنابراین حاصل ضرب جواب‌های معادله برابر  $-\frac{1}{9}$  است.

اکنون اگر نابرابری‌های  $x < a$  و  $x < b$  را جمع کنیم، معلوم می‌شود

$$2x < a+b \Rightarrow x < \frac{a+b}{2}$$

بنابراین

$$\left| x - \frac{a+b}{2} \right| = \frac{a+b}{2} - x$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} & |x-a| + |x-b| - 2\left|x - \frac{a+b}{2}\right| \\ &= a-x+b-x - 2\left(\frac{a+b}{2} - x\right) = 0 \end{aligned}$$

**۲۴۳- گزینه‌ی ۱** توجه کنید که  $a+b+c > 0$  و بنابر

نابرابری مثلث،

$$a < b+c \Rightarrow a-b-c < 0$$

$$b < a+c \Rightarrow a-b+c > 0$$

$$c < a+b \Rightarrow a+b-c > 0$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با

$$a+b+c - ((a-b-c) - (a-b+c) - (a+b-c)) = 0$$

**۲۴۴- گزینه‌ی ۲** اگر  $a, b > 0$ ، آن‌گاه

$$A = 1+1+1 = 3$$

اگر  $a > 0$  و  $b < 0$ ، آن‌گاه

$$A = 1-1-1 = -1$$

اگر  $a < 0$  و  $b > 0$ ، مانند حالت قبل  $A = -1$ .

اگر  $a, b < 0$ ، آن‌گاه

$$A = -1-1+1 = -1$$

بنابراین  $A$  دو مقدار  $-1$  و  $3$  می‌تواند باشد.

**۲۴۵- گزینه‌ی ۳** چون  $c < 0$ ، پس  $1-2c > 0$  و در نتیجه

$$|1-2c| = 1-2c$$

چون  $c < 0$  و  $a > 0$ ، پس  $c-2a < 0$  و در نتیجه

$$|c-2a| = -(c-2a) = 2a-c$$

چون  $b > 0$  و  $a < b$ ، پس  $a-2b = (a-b) - b < 0$  و در

نتیجه

$$|a-2b| = -(a-2b) = 2b-a$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با

$$1-2c+2a-c+2(2b-a) = 1+4b-3c$$

**۲۴۶- گزینه‌ی ۴** توجه کنید که

$$x^2 < x \Rightarrow x^2 - x = x(x-1) < 0$$

در نتیجه  $0 < x < 1$ ، بنابراین

$$|x+1| = x+1, \quad |1-x| = 1-x, \quad |x| = x$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر برابر است با

$$x+1-(1-x)+x = 3x$$

**۲۳۶- گزینه‌ی ۲** از فرض مسئله نتیجه می‌شود

$$(7x+6)(3x-5) \geq 0$$

در نتیجه

$$x \in \mathbb{R} - \left(-\frac{6}{7}, \frac{5}{3}\right)$$

بنابراین اگر  $x$  عددی صحیح باشد، تساوی تنها برای  $x = 0, 1$

برقرار نیست.

**۲۳۷- گزینه‌ی ۳** چون  $1 < x < 2$ ، پس

$$\frac{|x-2|}{x-2} = \frac{2-x}{x-2} = -1, \quad \frac{x-1}{|x-1|} = \frac{x-1}{x-1} = 1, \quad \frac{|x|}{x} = 1$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر برابر است با

$$-1-1+1 = -1$$

**۲۳۸- گزینه‌ی ۴** توجه کنید که  $a-1 < 0$ ،  $b+2 > 0$  و

$a+b < 1-1=0$ ، بنابراین عبارت مورد نظر برابر با

$$-1-1-1 = -3$$

**۲۳۹- گزینه‌ی ۱** اگر  $x < 0$ ، آن‌گاه  $|x| = -x$ ، بنابراین

$$||x|-x| = |-2x| = 2|x| = -2x$$

در نتیجه

$$||x|-x|-|x|| = |-2x-(-x)| = |-x| = -x$$

بنابراین، حاصل عبارت مورد نظر برابر با  $-2x$  است، که به

ازای  $x = -1001$  می‌شود  $2002$ .

**۲۴۰- گزینه‌ی ۳** چون  $a-6 < 0$ ، پس  $|a-6| = -a+6$ .

بنابراین

$$|6-a-|3+|a-6|| = |6-a-|3-a+6|| = |6-a-|9-a||$$

مثبت

$$= |6-a-(9-a)| = 3$$

**۲۴۱- گزینه‌ی ۴** توجه کنید که

$$-1 < x < 4 \Rightarrow |4-x| = 4-x, \quad |x+2| = x+2$$

بنابراین

$$\sqrt{4+4x+x^2} + |4-x| + |x+2|$$

$$= \sqrt{(x+2)^2} + |4-x| + |x+2|$$

$$= |x+2| + |4-x| + |x+2|$$

$$= 2|x+2| + |4-x|$$

$$= 2(x+2) + 4-x = x+8$$

**۲۴۲- گزینه‌ی ۴** چون  $x < a < b$ ، پس

$$|x-a| = a-x, \quad |x-b| = b-x$$

۲۵۰- گزینه‌ی ۴ ابتدا توجه کنید که چون  $a < 0$  و  $ab < 0$ ،

پس  $b > 0$ . از طرف دیگر،  $|x| = |-x|$ ، بنابراین

$$|b - a + 3| = |-(b - a + 3)| = |a - b - 3|$$

اکنون توجه کنید که چون  $a < 0$  و  $-b < 0$ ، پس

$$a - b - 2 < 0 \Rightarrow |a - b - 2| = -(a - b - 2) = -a + b + 2$$

$$a - b - 3 < 0 \Rightarrow |a - b - 3| = -(a - b - 3) = -a + b + 3$$

بنابراین کسر مورد نظر برابر است با

$$\frac{1}{-a + b + 2 - (-a + b + 3)} = -1$$

۲۵۱- گزینه‌ی ۲ ابتدا توجه کنید که چون سمت چپ تساوی

داده شده مثبت است، پس  $a > 0$ . از طرف دیگر،

$$\frac{|a-b|}{|a+b|} = \left| \frac{a-b}{a+b} \right| = a < 1$$

پس  $|a-b| < |a+b|$ ، در نتیجه

$$|a-b|^2 < |a+b|^2 \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab < a^2 + b^2 + 2ab$$

$$4ab > 0 \Rightarrow ab > 0$$

۲۵۲- گزینه‌ی ۲ توجه کنید که  $x^2 = |x|^2$  و  $|x| \geq x$ . بنابراین

$$(a-b)^2 + (b-a)|a-b| = ab$$

$$|a-b|^2 - (a-b)|a-b| = ab$$

$$|a-b|(|a-b| - (a-b)) = ab$$

هر یک از عامل‌های سمت چپ این تساوی غیرمنفی است، و اگر برابر با صفر باشد، سمت راست صفر می‌شود، یعنی یکی از عددهای  $a$  یا  $b$  صفر است، که درست نیست. بنابراین سمت چپ این تساوی مثبت است، در نتیجه  $ab > 0$ .

۲۵۳- گزینه‌ی ۳ اگر  $|x+1| \leq 6$ ، آن‌گاه  $-6 \leq x+1 \leq 6$ ،

$$\text{یعنی } -7 \leq x \leq 5.$$

اگر  $0 \leq x \leq 5$ ، آن‌گاه عبارت مورد نظر برابر است با

$$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \leq (5-1)^2 = 16$$

اگر  $-7 \leq x < 0$ ، آن‌گاه عبارت مورد نظر برابر است با

$$-x^2 - 2x + 1 = 2 - (x+1)^2 \leq 2$$

بنابراین بیش‌ترین مقدار عبارت مورد نظر برابر ۱۶ است.

۲۵۴- گزینه‌ی ۲ راه‌حل اول از  $-3 \leq x \leq 5$ ، نتیجه می‌شود

$-2 \leq x+1 \leq 6$ ، پس  $0 \leq |x+1| \leq 6$ . بنابراین

$$-8 \leq |x+1| - 8 \leq -2 \Rightarrow 2 \leq ||x+1| - 8| \leq 8$$

$$\Rightarrow 2 \leq f(x) \leq 8$$

پس حداقل مقدار تابع برابر ۲ و حداکثر مقدار آن ۸ است و مجموع آن‌ها ۱۰ است.

۲۴۷- گزینه‌ی ۴ توجه کنید که  $|-a| = a$ ، پس

$$|2a| + |-a| \leq 6 \Rightarrow 2|a| + |a| \leq 6 \Rightarrow 3|a| \leq 6$$

$$\Rightarrow |a| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq a \leq 2$$

از طرف دیگر،  $b^4 = |b|^4$ ، پس

$$b^4 < |b| \Rightarrow |b|^4 < |b| \xrightarrow{b \neq 0} |b|^3 < 1 \Rightarrow |b| < 1$$

در نتیجه  $-1 < b < 1$ . اگر  $b < 0$ ، آن وقت  $b^4 < b$ ، که با

شرط  $b < b^4$  تناقض دارد، پس  $-1 < b < 0$ . به این ترتیب

$$-2 = -2 - 0 < a - b < 2 + 1 = 3$$

۲۴۸- گزینه‌ی ۲ اگر  $x \geq \frac{3}{4}$ ، آن‌گاه

$$M = 2x - 1 - (2x - 3) = 2$$

اگر  $\frac{1}{4} \leq x < \frac{3}{4}$ ، آن‌گاه

$$M = 2x - 1 - (3 - 2x) = 4x - 4$$

در نتیجه چون  $\frac{1}{4} \leq x < \frac{3}{4}$ ، پس

$$2 \leq 4x \leq 6 \Rightarrow -2 \leq 4x - 4 \leq 2$$

عددهای صحیح در میان مقادیر  $M$ ، فقط عددهای صحیح بازه‌ی  $[-2, 2]$  هستند که تعداد آن‌ها ۵ تا است.

۲۴۹- گزینه‌ی ۳ اگر  $x = a$ ، آن وقت  $a^2 = |x-a| = 0$ ،

پس  $a = 0$  که درست نیست.

اگر  $x > a$ ، آن‌گاه

$$|x-a| = x-a$$

پس  $x-a = a^2$ ، یعنی

$$x = a(a+1)$$

چون  $a < 0$  و  $a+1 > 0$ ، پس  $x < 0$ . از طرف دیگر،

$$x = a^2 + a = \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$$

یعنی

$$-\frac{1}{4} \leq x < 0$$

اگر  $x < a$ ، آن‌گاه

$$|x-a| = a-x$$

پس  $a-x = a^2$ ، یعنی

$$x = a(1-a)$$

چون  $a < 0$  و  $1-a > 0$ ، پس  $x < 0$ . از طرف دیگر،

$$x = a - a^2 > -1 - 1 = -2$$

پس

$$x \in (-2, 0)$$



**۲۵۷- گزینهی ۱** توجه کنید که

$$|x-2|+|2x+5| = \begin{cases} -(x-2)-(2x+5) & x \leq -\frac{5}{2} \\ -(x-2)+2x+5 & -\frac{5}{2} < x \leq 2 \\ x-2+2x+5 & x > 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -3x-3 & x \leq -\frac{5}{2} \\ x+7 & -\frac{5}{2} < x \leq 2 \\ 3x+3 & x > 2 \end{cases}$$

از طرف دیگر،

$$x \leq -\frac{5}{2} \Rightarrow -3x-3 \geq -3(-\frac{5}{2})-3 = \frac{9}{2}$$

$$-\frac{5}{2} < x \leq 2 \Rightarrow x+7 > -\frac{5}{2}+7 = \frac{9}{2}$$

$$x > 2 \Rightarrow 3x+3 > 3 \times 2+3 = 9$$

بنابراین کمترین مقدار عبارت مورد نظر  $\frac{9}{2}$  است.

**۲۵۸- گزینهی ۴** توجه کنید که

$$|x+2|-|x-3| = \begin{cases} -(x+2)+(x-3) & x \leq -2 \\ x+2+(x-3) & -2 < x \leq 3 \\ x+2-(x-3) & x > 3 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -5 & x \leq -2 \\ 2x-1 & -2 < x \leq 3 \\ 5 & x > 3 \end{cases}$$

از طرف دیگر،

$$-2 < x \leq 3 \Rightarrow -4 < 2x \leq 6$$

$$\Rightarrow -5 < 2x-1 \leq 5$$

بنابراین کمترین و بیشترین مقدار عبارت  $|x+2|-|x-3|$  به ترتیب  $-5$  و  $5$  است. در نتیجه کمترین و بیشترین مقدار عبارت مورد نظر به ترتیب  $0$  و  $10$  است. به این ترتیب،

$$a-b=10-0=10$$

**۲۵۹- گزینهی ۳** دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم

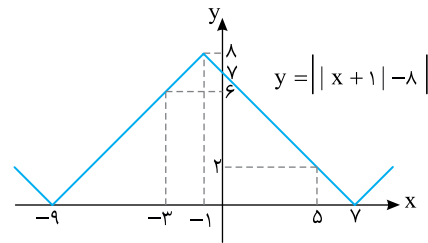
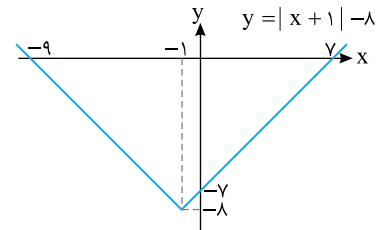
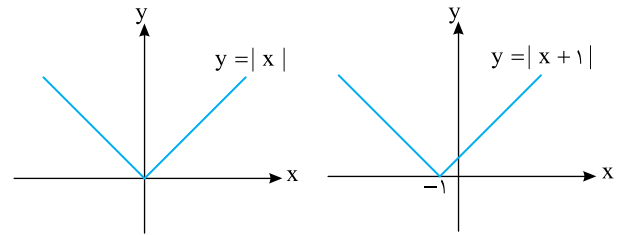
**حالت اول**

$$|x^2-4|-2=-1 \Rightarrow |x^2-4|=1$$

$$x^2-4=-1 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$$

$$x^2-4=1 \Rightarrow x^2=5 \Rightarrow x=\pm\sqrt{5}$$

**راه‌حل دوم** نمودار تابع را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل تابع، واضح است که وقتی  $-3 \leq x \leq 5$ ،  $2 \leq f(x) \leq 8$ .



**۲۵۵- گزینهی ۱** ابتدا مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی داده

شده را می‌یابیم

$$x^2 \leq |x| \Rightarrow |x|^2 \leq |x| \Rightarrow |x| \leq 1$$

بنابراین

$$x^2-1 \leq 0, \quad |x|-1 \leq 0$$

$$A = -(x^2-1) + |x|-1 = -x^2 + |x| = -|x|^2 + |x|$$

$$= \frac{1}{4} - (|x| - \frac{1}{2})^2$$

اکنون محدوده‌ی عبارت فوق را می‌یابیم

$$|x| \leq 1 \Rightarrow |x| - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq (|x| - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{4} \leq -(|x| - \frac{1}{2})^2 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq \frac{1}{4} - (|x| - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{1}{4}$$

بنابراین  $0 \leq A \leq \frac{1}{4}$

**۲۵۶- گزینهی ۴** اگر  $a$  مثبت باشد، از شرط داده شده نتیجه

می‌شود  $a < |a| = a$  که درست نیست. بنابراین  $a < 0$ . کمترین

مقدار عبارت مورد نظر وقتی به دست می‌آید که  $4a = 3b$  و

بنابراین  $b = 2c$

$$b = \frac{4}{3}a < a, \quad c = \frac{b}{2} = \frac{1}{2}(\frac{4}{3}a) = \frac{2}{3}a > a$$

## حالت دوم

۲۶۴- گزینه‌ی ۳ معادله‌ی مورد نظر را می‌توان این‌طور نوشت

$$|x-3|+2|x-3|+\dots+50|x-3|=19^{96}$$

$$(1+2+\dots+50)|x-3|=19^{96}$$

$$|x-3|=k \quad (k=\frac{19^{96}}{1+\dots+50})$$

$$x-3=\pm k \Rightarrow x=-k+3, x=k+3$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله‌ی مورد نظر ۶ است.

۲۶۵- گزینه‌ی ۳ معادله را به صورت زیر می‌نویسیم

$$|x(x^2-4)|=|x| \Rightarrow |x||x^2-4|=|x|$$

واضح است که  $x=0$  یک جواب معادله است. با شرط  $x \neq 0$  دو طرف معادله را بر  $|x|$  تقسیم می‌کنیم

$$|x^2-4|=1$$

$$x^2-4=-1 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$$

$$x^2-4=1 \Rightarrow x^2=5 \Rightarrow x=\pm\sqrt{5}$$

بنابراین معادله پنج جواب دارد.

۲۶۶- گزینه‌ی ۱ توجه کنید که

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$$

بنابراین معادله‌ی مورد نظر می‌شود

$$|x-1||x-2|-5|x-1|=0 \Rightarrow |x-1|(|x-2|-5)=0$$

$$|x-1|=0 \Rightarrow x=1$$

$$|x-2|=5 \Rightarrow x-2=\pm 5 \Rightarrow x=-3, x=7$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر است با ۵.

۲۶۷- گزینه‌ی ۱ چون  $x^2=|x|^2$ ، معادله‌ی داده شده را

می‌توان این‌طور نوشت

$$2|x|^2-3|x|-2=0 \Rightarrow (2|x|+1)(|x|-2)=0$$

چون  $2|x|+1 > 0$ ، پس

$$|x|-2=0$$

یعنی  $|x|=2$  و در نتیجه

$$x=\pm 2$$

بنابراین

$$\frac{st}{|s||t|} = \frac{2 \times (-2)}{|2||-2|} = -1$$

۲۶۸- گزینه‌ی ۴ اگر  $x \leq -4$ ، آن‌گاه  $|x+4|=-(x+4)$  و

معادله می‌شود

$$x^2+2(x+4)-27=0 \Rightarrow x^2+2x-19=0$$

$$x=-1-\sqrt{20}, \quad x=-1+\sqrt{20} \quad (\text{غ.ق.ق.})$$

$$|x^2-4|-2=1 \Rightarrow |x^2-4|=3$$

$$x^2-4=-3 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$$

$$x^2-4=3 \Rightarrow x^2=7 \Rightarrow x=\pm\sqrt{7}$$

بنابراین معادله هشت جواب دارد.

۲۶۰- گزینه‌ی ۱ راه‌حل اول توجه کنید که  $|-x|=|x|$  و

$$|3x|=3|x|$$

$$|x|+|x|+3|x|=15 \Rightarrow 5|x|=15$$

$$|x|=3 \Rightarrow x=-3, x=3$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله‌ی مورد نظر صفر است.

راه‌حل دوم توجه کنید که اگر  $x$  جواب معادله‌ی مورد نظر

باشد،  $-x$  هم جواب این معادله است. بنابراین مجموع

جواب‌های معادله‌ی مورد نظر صفر است.

۲۶۱- گزینه‌ی ۱ معادله‌ی مورد نظر را می‌توان این‌طور نوشت

$$|x-3|-|x+1|=2|x+1| \Rightarrow |x-3|=3|x+1|$$

$$x-3=\pm 3(x+1)$$

$$x-3=-3(x+1) \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0$$

$$x-3=3(x+1) \Rightarrow 2x=-6 \Rightarrow x=-3$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله‌ی مورد نظر برابر ۳- است.

۲۶۲- گزینه‌ی ۲ توجه کنید که

$$|3x-18|=|3(x-6)|=3|x-6|$$

$$|24-4x|=|4x-24|=|4(x-6)|=4|x-6|$$

بنابراین

$$7|x-6|=21 \Rightarrow |x-6|=3$$

$$\Rightarrow x=3, x=9$$

پس مجموع جواب‌های معادله‌ی مورد نظر برابر ۱۲ است.

۲۶۳- گزینه‌ی ۲ توجه کنید که

$$|6-3x|=3|2-x|=3|x-2|$$

$$|4-2x|=2|2-x|=2|x-2|$$

بنابراین معادله‌ی مورد نظر می‌شود

$$|x-2|+3|x-2|-2|x-2|=6$$

$$2|x-2|=6 \Rightarrow |x-2|=3$$

$$x=-1, x=5$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله‌ی مورد نظر ۴ است.

بنابراین

$$x \leq -1: -(x+1) = -(2x-1) - 1 \Rightarrow x = 1 \quad (\text{غ.ق.ق})$$

$$-1 < x \leq \frac{1}{2}: x+1 = -(2x-1) - 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$x > \frac{1}{2}: x+1 = 2x-1-1 \Rightarrow x = 3$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله‌ی مورد نظر برابر است با

$$-\frac{1}{3} + 3 = \frac{8}{3}$$

**۲۷۳- گزینه‌ی ۲** ابتدا جدول زیر را تشکیل می‌دهیم

x	2	6
x-2  -  x-6	-4	4
2x-8	-4	4

$$2 < x < 6: 2x-8 = \pm 1 \Rightarrow x = \frac{7}{2}, x = \frac{9}{2}$$

بنابراین معادله‌ی مورد نظر دو جواب دارد.

**۲۷۴- گزینه‌ی ۳** طرف چپ معادله نامنفی است، پس  $x \leq 2$ .

بنابراین اگر  $x < 0$ ، آن‌گاه

$$|x + \frac{1}{x}| = -x - \frac{1}{x} = 2 - x \Rightarrow -\frac{1}{x} = 2 - x \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

اگر  $0 < x \leq 2$ ، آن‌گاه

$$|x + \frac{1}{x}| = x + \frac{1}{x} = 2 - x \Rightarrow x^2 + 1 = 2x - x^2$$

$$2x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \text{جواب ندارد}$$

$$\text{در نتیجه } 1 + \alpha^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

**۲۷۵- گزینه‌ی ۲** معادله را ساده می‌کنیم

$$\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 4} + \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 + 4} = 4$$

$$\sqrt{(x - \frac{1}{x})^2} + \sqrt{(x + \frac{1}{x})^2} = 4 \Rightarrow |x - \frac{1}{x}| + |x + \frac{1}{x}| = 4$$

چون جواب‌های مثبت مدنظر است، پس  $x > 0$  و در نتیجه

$$x + \frac{1}{x} > 0 \quad \text{و معادله به صورت زیر در می‌آید}$$

$$\frac{|x^2 - 1|}{|x|} + |x + \frac{1}{x}| = 4 \Rightarrow \frac{|x^2 - 1|}{x} + x + \frac{1}{x} = 4$$

حال اگر  $0 < x \leq 1$ ، آن‌گاه  $x^2 - 1 \leq 0$  و در نتیجه

$$\frac{-x^2 + 1}{x} + x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow -x + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow \frac{2}{x} = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

و اگر  $x > 1$ ، آن‌گاه  $x^2 - 1 > 0$  و در نتیجه

$$\frac{x^2 - 1}{x} + x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow x - \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 4$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

پس مجموع جواب‌ها برابر است با  $\frac{5}{2}$ .

اگر  $x > -4$ ، آن‌گاه  $|x+4| = x+4$  و معادله می‌شود

$$x^2 - 2(x+4) - 27 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$(x-7)(x+5) = 0 \Rightarrow x = -5 \quad (\text{غ.ق.ق}), \quad x = 7$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله‌ی مورد نظر برابر است با

$$6 - \sqrt{2} = 0$$

**۲۶۹- گزینه‌ی ۱** اگر  $x > 0$ ، آن‌گاه

$$|x| = x$$

و معادله می‌شود

$$x - \frac{4}{x} = \frac{3x}{x} \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad (\text{غ.ق.ق}), \quad x = 4$$

اگر  $x < 0$ ، آن‌گاه

$$|x| = -x$$

و معادله می‌شود

$$-x - \frac{4}{x} = -\frac{3x}{x} \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0 \quad \text{جواب ندارد}$$

بنابراین معادله‌ی مورد نظر یک ریشه دارد.

**۲۷۰- گزینه‌ی ۱** اگر  $x \leq -\frac{1}{2}$ ، آن‌گاه معادله می‌شود

$$||2x+1|-x| = |-3x-1| = |3x+1| = 4$$

جواب‌های این معادله  $x = -\frac{5}{3}$  و  $x = 1$  هستند، که تنها

$x = -\frac{5}{3}$  قابل قبول است. اگر  $x > -\frac{1}{2}$ ، آن‌گاه معادله می‌شود

$$||2x+1|-x| = |x+1| = 4$$

جواب‌های این معادله  $x = 3$  و  $x = -5$  هستند که تنها  $x = 3$

قابل قبول است. بنابراین معادله‌ی مورد نظر دو جواب دارد.

**۲۷۱- گزینه‌ی ۱** توجه کنید که

$$|x-2| + |x-1| = \begin{cases} 3-2x & x \leq 1 \\ 1 & 1 < x \leq 2 \\ 2x-3 & x > 2 \end{cases}$$

حال اگر  $|x-2| + |x-1| = 2$ ، آن‌گاه  $x = \frac{1}{2}, \frac{5}{2}$ ، بنابراین

$$\alpha = \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{1+\alpha} = \frac{2}{3}, \frac{2}{7}$$

**۲۷۲- گزینه‌ی ۴** ابتدا جدول تعیین علامت زیر را تشکیل

می‌دهیم

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
x+1	-	0	+	+
2x-1	-	-	0	+

۲۷۹- گزینه‌ی ۲ اگر  $x > 0$  و  $a \neq 1$ ، آن‌گاه معادله می‌شود

$$(1-a)x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{1-a} > 0 \Rightarrow a < 1$$

اگر  $x < 0$  و  $a \neq -1$ ، آن‌گاه معادله می‌شود

$$-x = 1 + ax \Rightarrow x = \frac{-1}{1+a} < 0 \Rightarrow a > -1$$

در صورتی که  $a = 1$ ، معادله‌ی اصلی می‌شود

$$|x| = 1 + x$$

دو طرف این معادله را به توان دو می‌رسانیم

$$x^2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

به‌طور مشابه به ازای  $a = -1$  جواب معادله  $x = \frac{1}{2}$  است.

اجتماع ناحیه‌های به‌دست آمده جواب مسئله است، بنابراین  $a$

هر عدد حقیقی می‌تواند باشد.

۲۸۰- گزینه‌ی ۱ توجه کنید که

$$||x-1|-a| = 96 \Rightarrow |x-1| = \pm 96 + a \quad (1)$$

اگر  $a + 96$  و  $a - 96$  عددهایی مثبت باشند، معادله چهار

جواب دارد. اگر یکی از عددهای  $a + 96$  و  $a - 96$  منفی

باشد، معادله دو جواب دارد. اگر  $a + 96$  و  $a - 96$  هر دو

منفی باشند، معادله جواب ندارد. بنابراین، اگر معادله‌ی

موردنظر دقیقاً سه جواب داشته باشد، یکی از عددهای  $a + 96$

و  $a - 96$  صفر است. بنابراین  $a = 96$ ، زیرا اگر  $a = -96$

معادله‌ی (۱) سه جواب ندارد.

۲۸۱- گزینه‌ی ۳ ابتدا توجه کنید که باید  $2k + 1 > 0$  تا

معادله بتواند چهار جواب داشته باشد، پس

$$k > -\frac{1}{2}$$

حالا معادله را به شکل زیر می‌نویسیم

$$|x| + k = -2k - 1 \Rightarrow |x| = -3k - 1 \quad (1)$$

$$|x| + k = 2k + 1 \Rightarrow |x| = k + 1 \quad (2)$$

برای این که معادله‌ی اصلی چهار جواب داشته باشد، باید

هر یک از معادله‌های (۱) و (۲) دو جواب داشته باشند. بدین

منظور باید داشته باشیم

$$-3k - 1 > 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{3}$$

$$k + 1 > 0 \Rightarrow k > -1$$

با توجه به سه شرط  $k > -\frac{1}{3}$ ،  $k > -1$  و  $k > -1$  در حالت

$$-\frac{1}{3} < k < -\frac{1}{2}$$

معادله چهار جواب دارد.

۲۷۶- گزینه‌ی ۲ اگر  $x \leq 0$ ، به معادله‌ی زیر می‌رسیم

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2, x = -1$$

اگر  $0 < x \leq 1$ ، به معادله‌ی زیر می‌رسیم

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}, x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} > 1 \quad (\text{غ.ق.ق})$$

و اگر  $x > 1$ ، به معادله‌ی زیر می‌رسیم

$$x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} < 1, x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} < 1$$

که جواب قابل قبول ندارد. بنابراین معادله‌ی موردنظر سه ریشه دارد.

۲۷۷- گزینه‌ی ۱ اگر  $x \leq -2$  یا  $x \geq 2$ ، آن‌گاه

$$x^2 - 4 \geq 0$$

و در نتیجه

$$x^2 - 4 = x + 3 \Rightarrow x^2 - x - 7 = 0$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{29}}{2} < -2, x = \frac{1 + \sqrt{29}}{2} > 2$$

هر دو جواب معادله قابل قبول هستند و حاصل ضرب آن‌ها  $-7$  است.

اگر  $-2 < x < 2$ ، آن‌گاه

$$x^2 - 4 < 0$$

در نتیجه

$$-x^2 + 4 = x + 3 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}, x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

هر دو جواب فوق در بازه‌ی  $(-2, 2)$  هستند، پس قابل قبول‌اند

و حاصل ضرب آن‌ها  $-1$  است. پس حاصل ضرب جواب‌های

معادله‌ی اصلی برابر  $7 = (-1)(-7)$  است.

۲۷۸- گزینه‌ی ۲ جدول تعیین علامت زیر را تشکیل می‌دهیم

$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$2$	$+\infty$
$(x-2)(x+3)$		+	-	-	+
$x-1$		-	-	+	+

$$x \leq -3: (x-2)(x+3) = 4 - (x-1) \Rightarrow x^2 + 2x - 11 = 0$$

$$x = -1 - 2\sqrt{3}, x = -1 + 2\sqrt{3} > -3 \quad (\text{غ.ق.ق})$$

$$-3 < x \leq 1: -(x-2)(x+3) = 4 - (x-1)$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$1 < x \leq 2: -(x-2)(x+3) = 4 + (x-1)$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \quad (\text{غ.ق.ق}), x = 1 \quad (\text{غ.ق.ق})$$

$$x > 2: (x-2)(x+3) = 4 + (x-1)$$

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = -3 \quad (\text{غ.ق.ق}), x = 3$$

بنابراین معادله‌ی موردنظر چهار جواب دارد.

حالت دوم  $x \geq 2$ :

$$\begin{aligned} x^2 - 4 &= 2x - 3 + x - 1 + |x - 3| \\ x^2 &= 3x + |x - 3| \\ x^2 - 3x &\geq 0 \xrightarrow{x \geq 3} x(x - 3) = x - 3 \\ (x - 3)(x - 1) &= 0 \Rightarrow x = 1 \text{ (غ.ق.ق)}, x = 3 \end{aligned}$$

بنابراین معادله‌ی مورد نظر دو ریشه دارد.

۲۸۶- گزینه‌ی ۴ با توجه به  $x^2 = |x|^2$  معادله را ساده می‌کنیم

$$\begin{aligned} \frac{|x| - 1}{|x|^2 - 1} - \frac{|x|^2 - |x|}{|x|^2 - 2|x| + 1} &= 2 \\ \frac{|x| - 1}{(|x| - 1)(|x| + 1)} - \frac{|x|(|x| - 1)}{(|x| - 1)^2} &= 2 \\ \frac{1}{|x| + 1} - \frac{|x|}{|x| - 1} = 2 \Rightarrow \frac{|x| - 1 - |x|(|x| + 1)}{|x|^2 - 1} &= 2 \\ \frac{|x| - 1 - x^2 - |x|}{x^2 - 1} = 2 \Rightarrow -1 - x^2 = 2(x^2 - 1) & \\ 3x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} & \end{aligned}$$

بنابراین حاصل ضرب جواب‌ها برابر  $-\frac{1}{3}$  است.

۲۸۷- گزینه‌ی ۲ معادله را به شکل زیر می‌نویسیم

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 + |x - 1| - 2 &= 0 \Rightarrow (x - 1)^2 + |x - 1| - 2 = 0 \\ |x - 1|^2 + |x - 1| - 2 &= 0 \end{aligned}$$

با فرض  $|x - 1| = t$  به دست می‌آید

$$\begin{aligned} t^2 + t - 2 &= 0 \Rightarrow (t - 1)(t + 2) = 0 \\ t = -2 \Rightarrow |x - 1| &= -2 \text{ (غ.ق.ق)} \end{aligned}$$

$$t = 1 \Rightarrow |x - 1| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \\ x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های معادله برابر ۲ است.

۲۸۸- گزینه‌ی ۱ دو طرف معادله را به توان دو می‌رسانیم

$$x^4 - 4x^2 + 4 = 2x^2 + 1 \Rightarrow x^4 - 6x^2 + 3 = 0$$

اگر فرض کنیم  $x^2 = t$ ، معادله به صورت  $t^2 - 6t + 3 = 0$  در می‌آید و در نتیجه

$$t = 3 + \sqrt{6}, \quad t = 3 - \sqrt{6}$$

بنابراین

$$x^2 = 3 + \sqrt{6} \Rightarrow x = \pm \sqrt{3 + \sqrt{6}}$$

$$x^2 = 3 - \sqrt{6} \Rightarrow x = \pm \sqrt{3 - \sqrt{6}}$$

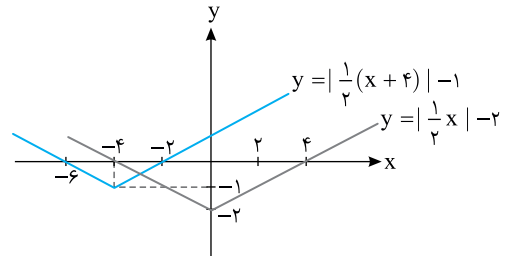
پس بزرگ‌ترین جواب معادله  $x = \sqrt{3 + \sqrt{6}}$  است.

۲۸۲- گزینه‌ی ۲ نمودار اولیه و نمودار انتقال یافته را در یک

دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. با توجه به شکل واضح است که طول نقطه‌ی برخورد دو نمودار نقطه‌ی  $x = -3$  است.

تذکر: می‌توانید برای اطمینان بیش‌تر معادله‌ی

$$| \frac{1}{4}(x + 4) | - 2 + 1 = | \frac{1}{4}x | - 2$$



۲۸۳- گزینه‌ی ۳ تساوی  $|a| = -a$  معادل  $a \leq 0$  است.

بنابراین

$$|x^2 - 3x + 2| = -x^2 + 3x - 2$$

$$|x^2 - 3x + 2| = -(x^2 + 3x + 2)$$

$$x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) \leq 0$$

پس  $1 \leq x \leq 2$ ، بنابراین  $a = 1$  و  $b = 2$  و در نتیجه  $a + b = 3$

۲۸۴- گزینه‌ی ۴ چون ریشه‌ی معادله‌ی مورد نظر نیست،

پس  $a \neq 0$ ، همچنین، سمت چپ معادله نامنفی است، پس  $a > 0$ . اکنون می‌توان نوشت

$$\frac{x^2}{x - 1} = -a \Rightarrow x^2 + ax - a = 0$$

همیشه جواب دارد  $\Delta = a^2 + 4a > 0$

$$\frac{x^2}{x - 1} = a \Rightarrow x^2 - ax + a = 0$$

$$\Delta = a^2 - 4a = a(a - 4)$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow a \in (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$$

بنابراین اگر  $0 < a < 4$ ، معادله‌ی مورد نظر دو جواب غیرصفر دارد.

۲۸۵- گزینه‌ی ۱ چون سمت راست معادله غیرمنفی است،

پس  $x^2 - 4 \geq 0$  در نتیجه  $x \leq -2$  یا  $x \geq 2$ .

حالت اول  $x \leq -2$ :

$$x^2 - 4 = 3 - 2x + 1 - x + 3 - x = 7 - 4x$$

$$x^2 + 4x - 11 = 0$$

$$x = -2 - \sqrt{15}, \quad x = -2 + \sqrt{15} \text{ (غ.ق.ق)}$$